

APPUNTI SULLE OPERAZIONI CON I NUMERI

- Un'**operazione** fra due numeri è uno specifico procedimento che fa corrispondere a due numeri, presi in un certo ordine, un terzo numero, detto **risultato** dell'operazione.

Addizione

- L'**addizione** è l'operazione che fa corrispondere a due numeri, detti **addendi**, un terzo numero, detto **somma**, che si ottiene contando di seguito al primo numero tante unità quante ne indica il secondo.
Per esempio: $3+4=3+1+1+1+1=7$.
- L'**elemento neutro** dell'addizione, cioè quell'elemento che addizionato a un numero dà come risultato questo numero, è lo zero. Infatti, per esempio, $5+0=5$ ma anche $0+5=5$.
- **Proprietà commutativa**: la somma di due addendi non cambia se si cambia l'ordine.
Per esempio: $3+5=5+3$.
- **Proprietà associativa**: la somma di due addendi non cambia se a due o più di essi sostituiamo la loro somma.
Per esempio: $3+4+5=7+5$ ma anche $3+4+5=3+9$. Con le parentesi $(3+4)+5=3+(4+5)$.
- **Proprietà dissociativa**: la somma di due addendi non cambia se sostituiamo uno di essi con due addendi la cui somma dà il numero sostituito.
Per esempio: $3+10=3+6+4$ ho sostituito 10 con $6+4$.

Sottrazione

- La **sottrazione** è l'operazione che fa corrispondere a due numeri, il primo detto **minuendo** e il secondo **sottraendo**, un terzo numero, detto **differenza**, che addizionato al secondo dà come risultato il primo. La differenza può anche non esistere nei numeri naturali. Per esempio: $7-5=2$ perché $2+5=7$.
- **Proprietà invariantiva**: la differenza di due numeri non cambia se a ciascuno di essi si addiziona o si sottrae, quando è possibile, uno stesso numero.
Per esempio: $10-5=(10-2)-(5-2)$ cioè $10-5=8-3$, sottraendo 2 a minuendo e sottraendo.

Moltiplicazione

- La **moltiplicazione** è l'operazione che fa corrispondere a due numeri, detti **fattori**, un terzo numero, detto **prodotto**, ottenuto addizionando tanti addendi uguali al secondo quanti ne indica il primo.
Per esempio: $4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$.
- L'**elemento neutro** della moltiplicazione è 1, infatti un qualsiasi numero moltiplicato per 1 resta invariato. Infatti $5 \times 1 = 5$ ma anche $1 \times 5 = 5$.
- Per moltiplicare un numero intero per 10, 100, 1000 basta aggiungere uno, due, tre zeri al numero da moltiplicare.
Per esempio: $134 \times 10 = 13400$ $12 \times 1000 = 12000$
- Per moltiplicare un numero decimale per 10, 100, 1000 basta spostare la virgola verso destra di uno, due, tre posti.
Per esempio: $3,12 \times 10 = 31,2$ $1,2 \times 100 = 120$ $0,1234 \times 1000 = 123,4$
- Per moltiplicare un numero intero o decimale per 0,1; 0,01; 0,001 basta spostare la virgola verso sinistra di uno, due, tre posti.
Per esempio: $120 \times 0,1 = 12,0 = 12$ $123,45 \times 0,01 = 1,2345$
- **Proprietà commutativa**: il prodotto di due fattori non cambia se si cambia il loro ordine. Per esempio: $3 \times 4 = 4 \times 3$.
- **Proprietà associativa**: il prodotto di più fattori non cambia se a due o più di essi si sostituisce il loro prodotto.

Per esempio: $3 \times 4 \times 5$ può essere calcolato come 3×20 oppure come 12×5 . Usando le parentesi: $(3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5)$.

- **Proprietà dissociativa:** il prodotto di due fattori non cambia se sostituiamo uno di essi con due fattori che moltiplicati diano il numero sostituito.
Per esempio: $3 \times 10 = 3 \times 2 \times 5$, ho sostituito 10 con 2×5 .
- **Proprietà distributiva** della moltiplicazione rispetto all'addizione: per moltiplicare un numero per una somma, si può moltiplicare il numero per ciascun addendo e poi addizionare i prodotti ottenuti.
Per esempio: $3 \times (4 + 5) = 3 \times 4 + 3 \times 5 = 12 + 15 = 27$ anche $(3 + 4) \times 5 = 3 \times 5 + 4 \times 5 = 15 + 20$.

Divisione

- La **divisione** è l'operazione che a due numeri, il primo detto **dividendo**, il secondo **divisore**, associa un terzo numero, detto **quoziente**, che moltiplicato per il secondo dà come risultato il primo. Il quoziente può anche non esistere nei numeri interi. Il divisore deve necessariamente essere diverso da 0.
Per esempio: $12 : 4 = 3$ perché $3 \times 4 = 12$. Invece $12 : 0$ non ha risultato perché non esiste nessun numero che moltiplicato per 0 dia 12. Invece $0 : 12 = 0$ perché $0 \times 12 = 0$.
- Se non esiste il quoziente intero, la divisione può essere eseguita con il resto o con i numeri decimali.
Per esempio: $14 : 4 = 3$ con resto 2 oppure con i numeri decimali $14 : 4 = 3,5$.
- Per dividere un numero per 10, 100, 1000 si aggiunge o si sposta, la virgola di uno, due, tre posti verso sinistra.
Per esempio: $1234 : 100 = 12,34$ $12,34 : 1000 = 0,1234$
- **Proprietà invariantiva** della divisione: moltiplicando o dividendo per uno stesso numero diverso da 0 il dividendo e il divisore il quoziente resta invariato.
Per esempio $12 : 4 = 6 : 2$ ho diviso entrambi i numeri per 2; oppure moltiplicando entrambi i numeri per 5 si ha $12 : 4 = 60 : 20$.
- **Proprietà distributiva** della divisione rispetto all'addizione: per dividere una somma per un numero si può dividere, se possibile, ciascun addendo per quel numero e poi addizionare i quozienti ottenuti.
Per esempio $(10 + 4) : 2 = 10 : 2 + 4 : 2 = 5 + 2 = 7$. Non vale invece se viene prima la divisione e poi l'addizione $120 : (10 + 2) = 120 : 12 = 10$ mentre $120 : 10 + 120 : 2 = 12 + 60 = 72$.

Espressioni

- Un'espressione è un sequenza di numeri e operazioni.
- Se l'espressione non contiene parentesi e contiene solo operazioni di addizione e sottrazione, si eseguono le operazioni secondo l'ordine in cui sono scritte.
Analogamente, se contiene solo moltiplicazioni e divisioni, si eseguono le operazioni secondo l'ordine con cui sono scritte.
Per esempio $15 + 7 - 5 - 3 = 22 - 5 - 3 = 17 - 3 = 14$ oppure $30 : 5 : 3 = 6 : 3 = 2$.
- Se l'espressione contiene diversi tipi di operazioni, si eseguono per prima le potenze, poi le moltiplicazioni e divisioni e infine addizioni e sottrazioni.
Per esempio: $3 + 4^2 \times 2 = 3 + 16 \times 2 = 3 + 32 = 35$.
- Se l'espressione contiene parentesi, si eseguono prima le operazioni contenute nelle parentesi tonde, poi quelle dentro le parentesi quadre, infine quelle dentro le parentesi graffe. Inoltre, prima, si sviluppano le potenze, poi si eseguono le moltiplicazioni e divisioni e infine le addizioni e sottrazioni.